

Les identités remarquables

1. Les formules et leur démonstration

Soit a et b des nombres quelconques :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Démonstration n°1

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Démonstration n°2

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Démonstration n°3

$$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

2. Exemples

- Développer : $A = (3x + 2)^2$

$$A = (3x + 2)^2 \text{ est du type } (a + b)^2.$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$A = (3x + 2)^2$$

$$A = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2$$

$$A = 9x^2 + 12x + 4$$

- Développer : $B = (12x - 5)^2$

$$B = (12x - 5)^2 \text{ est du type } (a - b)^2.$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$B = (12x - 5)^2$$

$$B = (12x)^2 - 2 \times 12x \times 5 + 5^2$$

$$B = 144x^2 - 120x + 25$$

- Développer : $C = (4x + 3)(4x - 3)$

$$C = (4x + 3)(4x - 3) \text{ est du type } (a + b)(a - b).$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Dans notre cas $a = 4x$ et $b = 3$

$$C = (4x + 3)(4x - 3)$$

$$C = (4x)^2 - 3^2$$

$$C = 16x^2 - 9$$

- Factoriser : $D = 4x^2 + 12x + 9$

$$D = 4x^2 + 12x + 9 \text{ est du type } a^2 + 2ab + b^2.$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$D = 4x^2 + 12x + 9$$

$$D = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2$$

Dans notre cas $a = 2x$ et $b = 3$.

$$D = (2x + 3)^2$$

- Factoriser : $E = 9x^2 - 30x + 25$

$$E = 9x^2 - 30x + 25 \text{ est du type } a^2 - ab + b^2.$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$E = 9x^2 - 30x + 25$$

$$E = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2$$

Dans notre cas $a = 3x$ et $b = 5$.

$$E = (3x - 5)^2$$

- Factoriser : $F = 16x^2 - 36$

$$F = 16x^2 - 36 \text{ est du type } a^2 - b^2.$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$$

$$F = (4x)^2 - 6^2$$

Dans notre cas $a = 4x$ et $b = 6$

$$F = (4x + 6)(4x - 6)$$